

### 3.1

## Des fractions aux nombres décimaux

**Objectif** Exprimer des fractions sous la forme de nombres décimaux à l'aide d'une calculatrice.

Tu peux écrire des nombres sous la forme d'une fraction et d'un nombre décimal.  
 Par exemple, tu peux écrire 3 sous les formes  $\frac{3}{1}$  et 3,0.  
 Une fraction représente une division ; autrement dit,  $\frac{1}{10}$  signifie  $1 \div 10$ .  
 Rappelle-toi que  $\frac{1}{10}$  correspond à 0,1 sous la forme d'un nombre décimal.  
 Aussi,  $\frac{3}{100}$  correspond à 0,03 sous la forme d'un nombre décimal.  
 Aussi,  $\frac{45}{1000}$  correspond à 0,045 sous la forme d'un nombre décimal.  
 Voici des fractions et des nombres décimaux que tu as appris dans les années d'études précédentes.

Fraction	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{19}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{23}{1000}$	$\frac{471}{1000}$
Nombre décimal	0,7	0,01	0,19	0,001	0,023	0,471

### Explore

Tu as besoin d'une calculatrice.

- À l'aide d'une calculatrice, écris chacune de ces fractions sous la forme d'un nombre décimal :  $\frac{1}{11}$   $\frac{2}{11}$   $\frac{3}{11}$   $\frac{4}{11}$

Quelles régularités vois-tu ?

À l'aide de ces régularités, prédis les nombres décimaux qui correspondent à ces fractions :  $\frac{5}{11}$   $\frac{6}{11}$   $\frac{7}{11}$   $\frac{8}{11}$   $\frac{9}{11}$   $\frac{10}{11}$

Vérifie tes prédictions à l'aide d'une calculatrice.

- À l'aide d'une calculatrice, écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal :  $\frac{1}{9}$   $\frac{2}{9}$   $\frac{3}{9}$

Quelles régularités vois-tu ?

À l'aide de ces régularités, prédis les fractions qui correspondent à ces nombres décimaux :

0,77777777...

0,88888888...

Vérifie tes prédictions.

Que remarques-tu au sujet du dernier chiffre que la calculatrice affiche ?

### Explique ton raisonnement

Compare tes régularités, tes nombres décimaux et tes fractions avec ceux des élèves d'une autre équipe. Comment as-tu utilisé les régularités pour faire des prédictions ?



## Découvre

- Les nombres décimaux comme 0,1 et 0,25 sont des **nombres décimaux finis**.  
Chaque nombre décimal a un nombre fini de chiffres après la virgule.

- Les nombres décimaux comme 0,333 333 333...; 0,454 545 454...; 0,811 111 111... sont des **nombres décimaux périodiques**.

Certains chiffres dans un nombre périodique se répètent sans arrêt.

Il y a un trait au-dessus des chiffres qui se répètent.

Par exemple,  $\frac{4}{33} = 4 \div 33 = 0,121\ 212\ 121\dots$ , ce qui s'écrit  $0,1\overline{2}$ ;

$\frac{73}{90} = 73 \div 90 = 0,811\ 111\ 111\dots$ , ce qui s'écrit  $0,8\overline{1}$ .

La partie qui se répète dans un nombre décimal périodique s'appelle la **période**.

- Tu vois parfois des régularités quand tu écris des fractions sous la forme de nombres décimaux. Par exemple,

$$\frac{1}{99} = 0,0\overline{1} \quad \frac{2}{99} = 0,0\overline{2} \quad \frac{15}{99} = 0,1\overline{5} \quad \frac{43}{99} = 0,4\overline{3}$$

Pour les fractions avec le dénominateur 99, les chiffres du numérateur de la fraction sont les chiffres qui se répètent dans le nombre décimal.

Tu peux utiliser cette régularité pour faire des prédictions.

Pour écrire  $0,6\overline{7}$  sous la forme d'une fraction, écris la période 67, comme numérateur d'une fraction avec le dénominateur 99.

$$0,6\overline{7} = \frac{67}{99}$$

$$\text{De même : } 0,\overline{7} = 0,\overline{77} = \frac{77}{99} = \frac{7}{9}$$

### Exemple

- Écris chacune de ces fractions sous la forme d'un nombre décimal.
- Indique si chacune de ces fractions représente un nombre périodique ou un nombre décimal fini:  $\frac{13}{200}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{11}{20}$   $\frac{3}{7}$

### Réponses

- Écris chaque fraction avec le dénominateur 10, 100 ou 1000.

$$\frac{13}{200} = \frac{65}{1000} \text{ ou } 0,065$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} \text{ ou } 0,2$$



$$\frac{11}{20} \xrightarrow{\times 5} \frac{55}{100} \text{ ou } 0,55$$

La fraction  $\frac{3}{7}$  ne peut pas s'écrire avec le dénominateur 10, 100 ou 1000.

Utilise une calculatrice.

$$\frac{3}{7} = 3 \div 7 = 0,428\ 571\ 429$$

Ce nombre ressemble à un nombre décimal fini.

À l'aide de la méthode régulière de division, vérifie si cela est vrai.

Comme tu divises par 7, le reste doit être plus petit que 7.

Comme tu obtiens un reste que tu as déjà obtenu, la division se répète.

$$\text{Donc, } \frac{3}{7} = 0,428\ 571$$

La calculatrice arrondit le nombre décimal pour des raisons d'espace:

$$\frac{3}{7} = 0,428\ 571\ 428\ 571\dots$$

C'est le dernier chiffre affiché sur la calculatrice.

Comme ce chiffre est un 5, la calculatrice ajoute 1 au chiffre précédent.

$$\begin{array}{r} 0,4285714 \\ 7 \overline{) 3,0000000} \\ \underline{28} \phantom{000000} \\ 20 \phantom{000000} \\ \underline{14} \phantom{000000} \\ 60 \phantom{00000} \\ \underline{56} \phantom{00000} \\ 40 \phantom{00000} \\ \underline{35} \phantom{00000} \\ 50 \phantom{00000} \\ \underline{49} \phantom{00000} \\ 10 \phantom{00000} \\ \underline{7} \phantom{00000} \\ 30 \phantom{00000} \\ \underline{28} \phantom{00000} \\ 20 \phantom{00000} \end{array}$$

Donc, la calculatrice affiche une valeur décimale approximative:

$$\frac{3}{7} \approx 0,428\ 571\ 429$$

- b) Comme 0,065, 0,2 et 0,55 sont finis,  $\frac{13}{200}$ ,  $\frac{1}{5}$  et  $\frac{11}{20}$  représentent des nombres décimaux finis. Comme la partie décimale de 0,428 571 se répète,  $\frac{3}{7}$  représente un nombre périodique.

## À ton tour

Utilise une calculatrice au besoin.

- Écris chacune de ces fractions sous la forme d'un nombre décimal.
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{3}{4}$
  - $\frac{4}{5}$
  - $\frac{5}{6}$
  - $\frac{6}{7}$
- Indique si chaque nombre est un nombre décimal fini ou périodique.

- Écris chacun de ces nombres décimaux sous la forme d'une fraction.
  - 0,9
  - 0,26
  - 0,45
  - 0,01
  - 0,125

3. a) Écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal.  
 i)  $\frac{1}{27}$                       ii)  $\frac{2}{27}$                       iii)  $\frac{3}{27}$   
 b) Décris la régularité que tu remarques dans tes réponses en a).  
 c) À l'aide de ta régularité, prédis le nombre décimal qui correspond à chaque fraction.  
 i)  $\frac{4}{27}$                       ii)  $\frac{5}{27}$                       iii)  $\frac{8}{27}$
4. Pour chacune de ces fractions, écris une fraction équivalente avec le dénominateur 10, 100 ou 1000.  
 Puis, écris la fraction sous la forme d'un nombre décimal.  
 a)  $\frac{2}{5}$                       b)  $\frac{1}{4}$                       c)  $\frac{13}{25}$                       d)  $\frac{19}{50}$                       e)  $\frac{37}{500}$
5. Écris chaque nombre décimal sous la forme la plus simple d'une fraction.  
 a)  $0,\overline{6}$                       b)  $0,\overline{5}$                       c)  $0,\overline{41}$                       d)  $0,\overline{16}$
6. Écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal.  
 a)  $\frac{4}{7}$                       b)  $\frac{4}{9}$                       c)  $\frac{6}{11}$                       d)  $\frac{7}{13}$
7. Écris  $\frac{5}{17}$  sous la forme d'un nombre décimal.  
 La calculatrice n'a pas assez d'espace pour afficher les chiffres qui se répètent.  
 Comment peux-tu déterminer les chiffres qui se répètent ?
8. Écris  $\frac{1}{5}$  sous la forme d'un nombre décimal.  
 À l'aide de ce nombre décimal, écris chacune de ces fractions sous la forme d'un nombre décimal.  
 a)  $\frac{4}{5}$                       b)  $\frac{7}{5}$                       c)  $\frac{9}{5}$                       d)  $\frac{11}{5}$
9. a) Écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal.  
 i)  $\frac{1}{999}$                       ii)  $\frac{2}{999}$                       iii)  $\frac{54}{999}$                       iv)  $\frac{113}{999}$   
 b) Décris la régularité que tu remarques dans tes réponses en a).  
 c) À l'aide de ta régularité, prédis la fraction qui correspond à chacun de ces nombres décimaux.  
 i)  $0,00\overline{4}$                       ii)  $0,0\overline{89}$                       iii)  $0,\overline{201}$                       iv)  $0,\overline{326}$
10. Associe chaque ensemble de nombres décimaux à l'ensemble de fractions correspondant.  
 Explique tes réponses.
- a)  $\frac{1}{3}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{3}$   $\frac{4}{3}$   $\frac{5}{3}$                       i) 0,125 0,25 0,375 0,5 0,625  
 b)  $\frac{1}{8}$   $\frac{2}{8}$   $\frac{3}{8}$   $\frac{4}{8}$   $\frac{5}{8}$                       ii)  $0,1\overline{6}$   $0,\overline{3}$  0,5  $0,\overline{6}$   $0,8\overline{3}$   
 c)  $\frac{1}{5}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{3}{5}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{5}{5}$                       iii)  $0,\overline{3}$   $0,\overline{6}$  1,0  $1,\overline{3}$   $1,\overline{6}$   
 d)  $\frac{1}{6}$   $\frac{2}{6}$   $\frac{3}{6}$   $\frac{4}{6}$   $\frac{5}{6}$                       iv) 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0

**11. Objectif d'évaluation** Voici la régularité de Fibonacci :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

Tu peux écrire des termes consécutifs sous la forme de fractions :

$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}$  et ainsi de suite

- a) Écris chaque fraction ci-dessus sous la forme d'un nombre décimal.  
Que remarques-tu au sujet de la tendance dans les nombres décimaux ?
- b) Continue d'écrire des termes consécutifs sous la forme de nombres décimaux.  
Écris tes découvertes.

**12. a)** Écris  $\frac{1}{7}$  sous la forme d'un nombre périodique.

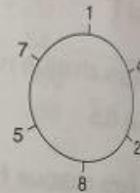
Combien de chiffres se répètent ?

Les chiffres qui se répètent sont inscrits autour du cercle ci-contre.

b) Écris les fractions  $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}$  et  $\frac{6}{7}$  sous la forme de nombres décimaux.

Quelles régularités vois-tu ?

Explique comment le cercle de chiffres peut t'aider à écrire ces fractions sous la forme de nombre décimaux.



**13. Va plus loin**

a) Écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal.

Indique s'il s'agit de nombres décimaux finis ou de nombres périodiques.

i)  $\frac{7}{8}$     ii)  $\frac{5}{18}$     iii)  $\frac{3}{10}$     iv)  $\frac{8}{27}$     v)  $\frac{4}{25}$

b) Écris le dénominateur de chaque fraction en a) sous la forme d'un produit de facteurs premiers.

c) Que remarques-tu au sujet des facteurs premiers des dénominateurs de nombres décimaux finis ? Que remarques-tu au sujet des

facteurs premiers des dénominateurs des nombres périodiques ?

d) À l'aide de tes réponses en c), prédis laquelle de ces fractions représente un nombre décimal fini.

i)  $\frac{7}{15}$     ii)  $\frac{13}{40}$     iii)  $\frac{5}{81}$     iv)  $\frac{9}{16}$

Un nombre premier a exactement deux facteurs, soit lui-même et 1. Tu peux écrire sous la forme d'un produit de facteurs premiers :  $2 \times 2 \times 3$

### Réfléchis

Il est parfois difficile de déterminer si une fraction représente un nombre décimal fini ou un nombre périodique.  
Que peux-tu faire si tu n'y arrives pas ?